

Elektromagnetische Käfige für geladene und neutrale Teilchen (Nobel-Vortrag)**

Von Wolfgang Paul*

Einleitung

Experimentalphysik ist die Kunst, die Struktur der Materie zu erforschen und die Dynamik der in ihr ablaufenden Prozesse zu entdecken. Um diese im allgemeinen sehr komplizierten Vorgänge aus dem Zusammenwirken weniger Konstituenten verstehen zu können und sie auf möglichst wenige – fundamentale – Kräfte zurückzuführen, muß man sie quantitativ untersuchen, d.h. sowohl die Eigenschaften der relevanten Konstituenten als auch ihre Wechselwirkung so präzise wie möglich messen. Da alle Prozesse in der Natur ineinander verwoben sind, muß man sie soweit wie möglich trennen und einzeln studieren. Das Können des Experimentalphysikers zeigt sich in der Fähigkeit, in sauberen Experimenten auf seine Fragen Antworten zu erhalten, die nicht durch unerwünschte Effekte gestört werden. Dabei bedarf es seiner ganzen Erfindungsgabe, um in der Kunst des Messens zu immer höherer Präzision zu kommen. Es gibt in der Physik viele Beispiele dafür, daß höhere Präzision neue Phänomene enthüllte, zu neuen Ideen anregte und wohletablierte Theorien bestätigte oder entthronte. Auch fanden neue experimentelle Methoden, die für spezielle Probleme in einem Gebiet der Physik erdacht wurden, fruchtbare Anwendungen in anderen Gebieten, sei es in der Chemie, der Biologie oder der Technik.

Mit der Verleihung des Nobel-Preises für neue experimentelle Methoden an meine Kollegen *Norman Ramsey* und *Hans Dehmelt* sowie an mich hat die Schwedische Akademie offenbar dem Göttinger Physiker *Georg Christoph Lichtenberg* Referenz erwiesen, der vor zweihundert Jahren in sein „Sudelbuch“ schrieb: „Man muß etwas Neues machen, um etwas Neues zu sehen.“ Auf derselben Seite sagt *Lichtenberg*: „Mich dünkt, es ist ein trauriger Umstand bei unserer ganzen Chemie, daß wir die Bestandteile der Körper nicht frei suspendieren können.“

Das Thema meines Vortrags ist nun das „Suspendieren“ von Konstituenten der Materie oder – mit anderen Worten – das Einsperren von geladenen und neutralen Teilchen in Käfigen ohne materielle Wände. Solche Käfige ermöglichen die Beobachtung von isolierten Teilchen – selbst von einem einzigen – über eine lange Zeitspanne. Nur dadurch sind wir nach der Heisenbergschen Unschärferelation in der Lage, die Eigenschaften der Teilchen mit höchster Präzision zu messen.

Insbesondere die Möglichkeit, einzelne eingefangene Teilchen zu beobachten, eröffnet eine neue Dimension atomarer Messungen. Bis vor wenigen Jahren wurden alle Messungen an Ensembles von Teilchen gemacht. Daher ist eine gemessene Größe, z. B. die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen

zwei Eigenzuständen eines Atoms, ein Mittelwert über viele Teilchen. Dagegen kann man bei einem einzelnen eingefangenen Atom seine Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld direkt beobachten und damit sein statistisches Verhalten studieren.

Die Idee, Teilchen in Käfige einzusperren, geht auf die Molekülstrahlphysik, die Massenspektroskopie und die Physik der Teilchenbeschleuniger zurück, denen meine wissenschaftliche Arbeit vor mehr als dreißig Jahren gewidmet war. In jenen Jahren (1950–1955) hatten wir gelernt, daß elektrische und magnetische Multipolfelder Teilchen mit einem magnetischen oder elektrischen Dipolmoment in zwei Dimensionen fokussieren können. Linsen für Atom- und Molekülstrahlen^[1–3] wurden entworfen und verwirklicht; dadurch konnte die Molekularstrahlmethode für präzise Hochfrequenz-Spektroskopie oder zur Präparierung von Strahlen aus Molekülen oder Atomen in wohldefinierten Quantenzuständen wesentlich verbessert werden. Diese Linsen ermöglichten die Entwicklung sowohl des Ammoniak- wie des Wasserstoffatom-Masers^[4].

Die Frage „Was geschieht, wenn man geladene Teilchen – Ionen oder Elektronen – in solche Multipolfelder injiziert?“ führte zur Entwicklung des Quadrupol-Massenspektrometers. Dieses macht sich nicht nur die fokussierenden und defokussierenden Kräfte eines hochfrequenten elektrischen Quadrupolfeldes zunutze, sondern auch dessen stabilisierenden Einfluß auf die Teilchenbewegung, analog dem Prinzip der „starken Fokussierung“ bei Beschleunigern, das im gleichen Jahr erfunden worden war. Erweitert man die Methoden der Fokussierung von zwei auf drei Dimensionen, hat man auch das Rezept für den Bau von Teilchenkäfigen.

Wie bereits erwähnt, ist die Physik oder die Teilchendynamik in solchen fokussierenden Anordnungen sehr nahe verwandt mit der Kern- oder Teilchenphysik in Beschleunigern oder Speicherringen; tatsächlich wurden Multipolfelder zuerst in der Molekülstrahlphysik benutzt. Aber die beiden Gebiete haben komplementäre Ziele: auf der einen Seite die Speicherung von Teilchen – bis hinab zu einem einzelnen – von extrem niedriger Energie bis zum Mikrovoltbereich, auf der anderen Seite die Speicherung von möglichst vielen Teilchen bei extrem hohen Energien. Hier beschränken wir uns auf den niederenergetischen Bereich.

Zuerst behandle ich die Physik der dynamischen Stabilisierung von Ionen in zwei- und dreidimensionalen hochfrequenten Quadrupolfeldern, das Quadrupol-Massenspektrometer und den Ionenkäfig. Dann werde ich über den Einfang von neutralen Teilchen berichten, insbesondere über Experimente mit magnetisch gespeicherten Neutronen.

Wie meistens in der Physik, besonders in der Experimentalphysik, sind Erfolge nicht die Leistung eines einzelnen, auch wenn er die grundlegenden Ideen und die Wege zur Lösung der Probleme eingebracht hat. Alle Experimente, für die ich die Auszeichnung erhalten habe, wurden in Zusammenarbeit mit Doktoranden und jungen Kollegen durchgeführt. Insbesondere möchte ich aus der frühen Zeit *H. Fried-*

[*] Prof. Dr. W. Paul
Physikalisches Institut der Universität
Nußallee 12, D-5300 Bonn

[**] Copyright © The Nobel Foundation 1990. – Wir danken der Nobel-Stiftung, Stockholm, für die Genehmigung zum Druck einer deutschen Fassung des Vortrags.

burg und H. G. Bennewitz, C. H. Schlier und P. Toschek auf dem Gebiet der Molekülstrahlphysik nennen, beim Entwurf und der Verwirklichung des linearen Quadrupol-Massenspektrometers und Hochfrequenz-Ionenkäfigs H. Steinwedel, O. Osberghaus und besonders den verstorbenen Erhard Fischer. Später spielten H. P. Reinhard, U. von Zahn und F. von Busch eine wichtige Rolle bei der Entwicklung dieses Gebietes.

Fokussierung und Speicherung von Teilchen

Was sind die Prinzipien der Fokussierung und Speicherung von Teilchen? Ganz allgemein erhält man eine elastische Bindung eines Partikels an eine Achse oder einen Punkt im Raum, wenn eine Kraft darauf wirkt, die linear mit dem Abstand r ansteigt [Gl. (1)], mit anderen Worten, wenn es sich in einem parabolischen Potential (2) bewegt.

$$F = -cr \quad (1)$$

$$\Phi \sim (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (2)$$

Potentialfelder, die geladene oder neutrale Teilchen mit einem Dipolmoment einschließen können, werden durch elektrische bzw. magnetische Multipolfelder repräsentiert. In solchen Konfigurationen wachsen die Feldstärke und das zugehörige Potential nach einem Potenzgesetz. Allgemein ist das Potential, wenn m die Zahl der „Pole“ oder den Grad der Symmetrie angibt, durch (3) gegeben.

$$\Phi \sim r^{m/2} \cos(m/2 \varphi) \quad (3)$$

Für einen Quadrupol ($m = 4$) ergibt sich $\Phi \sim r^2 \cos 2\varphi$ und für einen Sextupol ($m = 6$) erhält man $\Phi \sim r^3 \cos 3\varphi$. Daraus folgt ein Anstieg der Feldstärke mit r bzw. r^2 .

Speicherung von geladenen Teilchen in zwei- und dreidimensionalen Quadrupolfeldern

In einem elektrischen Quadrupolfeld ist das Potential quadratisch (siehe Gl. (4) für ein cartesisches Koordinatensystem). Die Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ ergibt die Bedingung

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2} (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (4)$$

$\alpha + \beta + \gamma = 0$. Die einfachsten Möglichkeiten, sie zu erfüllen, sind: a) $\alpha = -\gamma = 1$, $\beta = 0$; dies ergibt das zweidimensionale Feld (5); b) $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = -2$; dies erzeugt die dreidimensionale Konfiguration, die in Zylinderkoordinaten das Potential (6) mit $2z_0^2 = r_0^2$ ergibt.

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2r_0^2} (x^2 - z^2) \quad (5)$$

$$\Phi = \Phi_0 \frac{r^2 - 2z^2}{r_0^2 + 2z_0^2} \quad (6)$$

Der zweidimensionale Quadrupol oder das Massenfilter^[5, 6]

Die Konfiguration a) wird durch vier hyperbolisch geformte Elektroden, die sich linear in der y -Richtung ausdehnen, erzeugt (Abb. 1). Das Potential auf den Elektroden ist

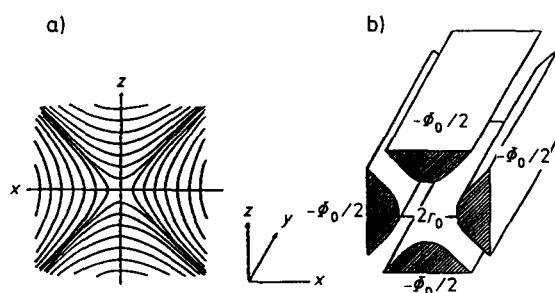


Abb. 1. a) Äquipotentiallinien für ein ebenes Quadrupolfeld. b) Die Elektrodenstruktur für das Massenfilter.

$\pm \Phi_0/2$, wenn man die Spannung Φ_0 an das Elektrodenpaar anlegt. Die Feldstärke ist gegeben durch (7). Schießt man

$$E_x = -\Phi_0 x/r_0^2 \quad E_z = \Phi_0 z/r_0^2 \quad E_y = 0 \quad (7)$$

Ionen in y -Richtung ein, so führen sie bei einer zeitlich konstanten Spannung Φ_0 harmonische Schwingungen in der x - y -Ebene aus. Aufgrund des umgekehrten Vorzeichens für das Feld E_z wird ihre Amplitude in der z -Richtung exponentiell ansteigen. Die Teilchen werden defokussiert; sie stoßen auf die Elektroden und gehen verloren.

Dieses Verhalten kann vermieden werden, wenn die angelegte Spannung periodisch ist. Durch den periodischen



Wolfgang Paul, einer der profiliertesten Experimentalphysiker unserer Zeit, wurde 1913 geboren. 1939 promovierte er an der Technischen Hochschule Berlin, 1944 habilitierte er sich an der Universität Göttingen. Seit 1952 ist er Professor für Experimentalphysik an der Universität Bonn. In den Jahren 1958 und 1959 war er Gastprofessor am CERN in Genf. 1960–1962 leitete er die KFA Jülich, 1964–1967 die Nuclear Physics Division am CERN und von 1970–1973 DESY in Hamburg. 1970 lehrte er als Loeb Lecturer an der Harvard University, 1977 wurde er von der Universität Uppsala und der Technischen Hochschule Aachen zum Ehrendoktor ernannt. Er ist Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Düsseldorf und Leopoldina zu Halle. Seit 1979 ist er engagierter Präsident der Alexander-von-Humboldt-Stiftung. 1989 wurde er mit dem Robert-Wichard-Pohl-Preis der Deutschen Physikalischen Gesellschaft ausgezeichnet. Von seinen zahlreichen Erfindungen und Entdeckungen ist für den Chemiker das Quadrupol-Massenspektrometer von besonderer Bedeutung.

Wechsel des Vorzeichens der elektrischen Kraft erhält man Fokussierung und Defokussierung zeitlich abwechselnd in beiden Richtungen. Ist die angelegte Spannung durch eine Gleichspannung U und eine Wechsellspannung V mit der Frequenz ω [Gl. (8)] gegeben, so sind die zugehörigen Bewegungsgleichungen (9) und (10).

$$\Phi_0 = U + V \cos \omega t \quad (8)$$

$$\ddot{x} + \frac{e}{mr_0^2} (U + V \cos \omega t) x = 0 \quad (9)$$

$$\ddot{z} - \frac{e}{mr_0^2} (U + V \cos \omega t) z = 0 \quad (10)$$

Auf den ersten Blick mag man erwarten, daß der zeitabhängige Teil der Kraft im zeitlichen Mittel verschwindet. Das würde in einem homogenen Feld gelten. In einem periodischen, inhomogenen Feld wie dem Quadrupolfeld bleibt dagegen eine kleine mittlere Kraft übrig, die immer in Richtung des abnehmenden Feldes wirkt, also in unserem Fall in Richtung des Feldmittelpunktes. Daher können die Ionen unter geeigneten Bedingungen das Quadrupolfeld durchqueren, ohne die Elektroden zu berühren; das heißt aber, ihre Bewegung um die y -Achse ist stabil (mit begrenzten Amplituden in x - und z -Richtung). Wir haben dieses Verhalten aus der Theorie der Mathieu-Differentialgleichungen gelernt, die in dimensionslosen Parametern die Formen (11) und (12) haben. Durch Vergleich mit den Gleichungen (9) und (10) erhält man (13).

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + (a_x + 2q_x \cos 2\tau)x = 0 \quad (11)$$

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} - (a_z + 2q_z \cos 2\tau)z = 0 \quad (12)$$

$$a = \frac{4eU}{mr_0^2\omega^2} \quad q = \frac{2eV}{mr_0^2\omega^2} \quad \tau = \frac{\omega t}{2} \quad (13)$$

Die Mathieu-Gleichung hat zwei Typen von Lösungen:

1. Stabile Bewegung: die Teilchen schwingen in x - und z -Richtung mit begrenzter Amplitude. Sie durchqueren das Quadrupolfeld in y -Richtung, ohne an die Elektroden zu stoßen.

2. Instabile Bewegung: die Amplitude wächst exponentiell in x - oder z -Richtung oder in beiden Richtungen. Die Teilchen gehen verloren.

Ob Stabilität besteht, hängt nur von den Parametern a und q ab, dagegen nicht von den Anfangsbedingungen der Ionenbewegung, z. B. ihrer Geschwindigkeit. Daher gibt es in einem aq -Diagramm stabile und instabile Bereiche (Abb. 2). Nur die überlappenden Gebiete der x - und der z -Stabilität sind für unser Problem von Interesse. Der wichtigste Bereich $0 < a, q < 1$ ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Bewegung ist in x - und z -Richtung nur innerhalb der dort angegebenen Grenzen stabil.

Für feste Werte r_0 , ω , U und V haben alle Ionen mit demselben Verhältnis m/z denselben Arbeitspunkt im Stabilitätsdiagramm. Da a/q gleich $2U/V$ ist und nicht von m abhängt, liegen alle Massen auf der Arbeitsgeraden $a/q = \text{const}$. Auf der q -Achse ($a = 0$, keine Gleichspannung) hat man Stabilität für $0 < q < q_{\max} = 0.92$ mit der Folge,

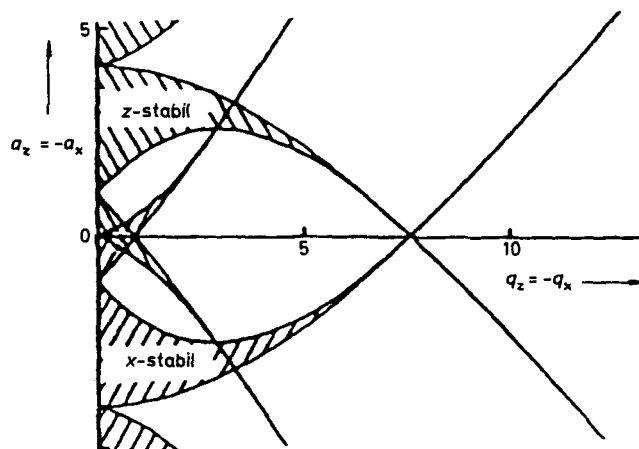


Abb. 2. Das Stabilitätsdiagramm für das zweidimensionale Quadrupolfeld.

daß alle Massen zwischen einem Minimalwert und unendlich im stabilen Zustand sind. In diesem Falle wirkt das Quadrupolfeld wie ein Hochpaß-Massenfilter. Der Massenbereich Δm wird schmaler mit steigender Gleichspannung U , d. h. mit steilerer Arbeitsgeraden, und nähert sich $\Delta m = 0$, wenn die Gerade durch die Spitze des Stabilitätsbereiches geht. Die Bandbreite ist in diesem Falle nur durch die Fluktuationen der Feldparameter gegeben.

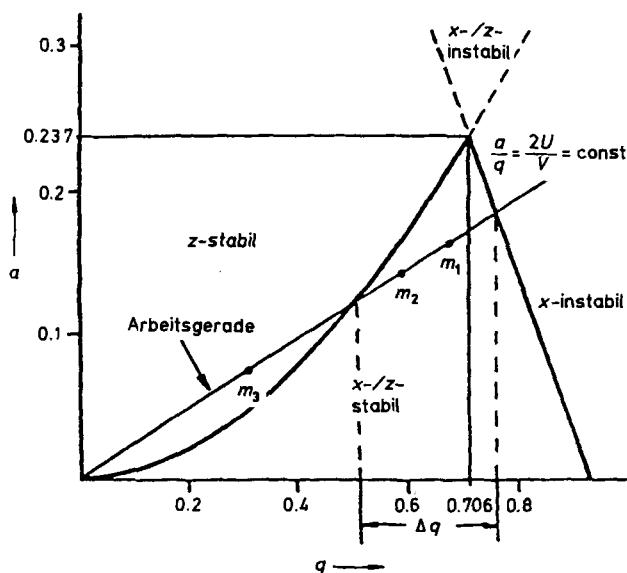


Abb. 3. Der erste Bereich gleichzeitiger Stabilität in x - und z -Richtung. Alle Ionenmassen liegen auf der Arbeitsgeraden ($m_2 > m_1$).

Wenn man U und V gleichzeitig so ändert, daß das Verhältnis a/q konstant bleibt, bringt man Ionen unterschiedlicher Masse nacheinander in den stabilen Bereich und durchläuft damit das Massenspektrum. In dieser Weise wirkt der Quadrupol als Massenspektrometer. Eine schematische Darstellung eines Quadrupol-Massenspektrometers findet man in Abbildung 4.

Die Abbildungen 5a und 5b zeigen die ersten, im Jahre 1954 erhaltenen Massenspektren^[6]. Man sieht sehr deutlich den Einfluß der Gleichspannung U auf das Auflösungsvermögen.

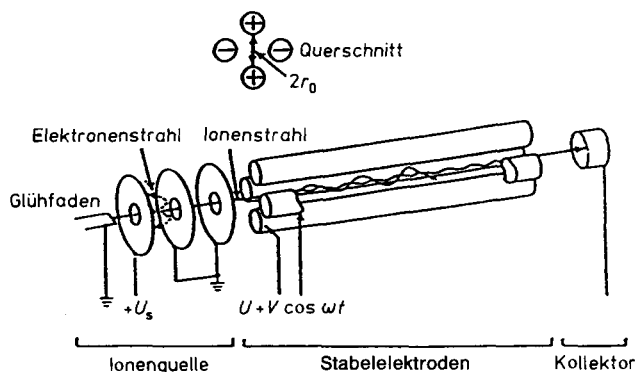


Abb. 4. Schematische Darstellung des Quadrupol-Massenspektrometers oder Massenfilters.

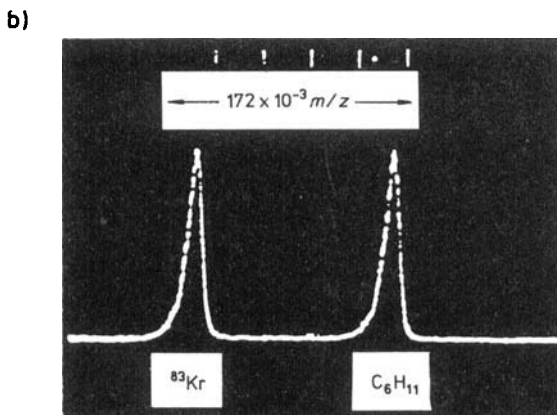
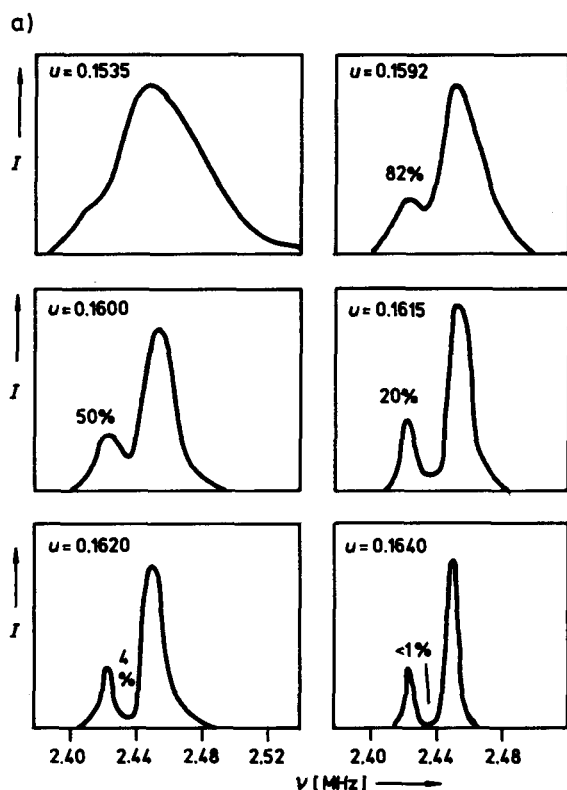


Abb. 5. a) Erstes Massenspektrum von Rubidium. Die Massentrennung wurde durch periodische Variation der Frequenz ν erreicht. Parameter: $u = U/V$. Bei $u = 0.164$ sind ^{85}Rb und ^{87}Rb vollständig getrennt. I = Ionenstrom. b) Massendublett $^{83}\text{Kr} - \text{C}_6\text{H}_{11}$. – Auflösungsvermögen $m/\Delta m = 6500$ [9].

In einer Reihe von Doktorarbeiten an der Bonner Universität wurden das Verhalten und die Anwendung solcher Instrumente untersucht^[7–9]. So studierten wir den Einfluß von geometrischen und elektrischen Feldfehlern, die zu höheren Multipolfeldern führen. Ein sehr langes Instrument ($l = 6 \text{ m}$) wurde für Messungen mit hoher Präzision gebaut; es hatte eine Genauigkeit von 2×10^{-7} für das Massenverhältnis und ein Auflösungsvermögen von $m/\Delta m = 16\,000$. Sehr kleine Geräte wurden in Raketen verwendet, um Elementhäufigkeiten in der hohen Atmosphäre zu messen. In einem anderen Experiment konnten wir Isotope in Mengen von Milligramm erfolgreich trennen, indem wir mit einer Resonanzmethode einzelne Massen aus dem intensiven Ionenstrahl entfernten.

In den letzten Jahren haben Hochfrequenz-Quadrupolge-
räte als Massenspektrometer wie zur Strahlfokussierung dank ihrer Vielseitigkeit und technischen Einfachheit breite Anwendung auf vielen Gebieten der Wissenschaft und Technik gefunden. Sie wurden eine Art Standardinstrument, dessen Eigenschaften ausführlich in der Literatur behandelt wurden^[10].

Der Ionenkäfig

Bereits zu Beginn unserer Überlegungen zur dynamischen Stabilisierung von Ionen betrachteten wir die Möglichkeit der Speicherung von Ionen in einem dreidimensionalen Feld. Wir nannten solch eine Anordnung „Ionenkäfig“^{[[11–13]}; im Englischen spricht man von „ion trap“.

Das Potential innerhalb des Ionenkäfigs ist durch Gleichung (6) gegeben. Diese Konfiguration wird durch einen hyperbolisch geformten Ring und zwei hyperboloide Schalen erzeugt, wie Abbildung 6a zeigt. Einen Querschnitt durch den ersten Käfig aus dem Jahre 1955 gibt Abbildung 6b.

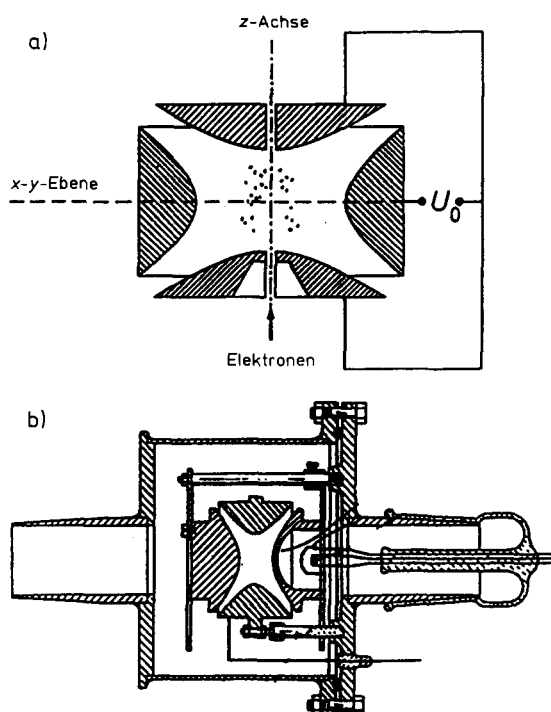


Abb. 6. a) Schematische Darstellung des Ionenkäfigs. b) Querschnitt durch den ersten Käfig (1955).

Ionen, die zum Beispiel durch Elektronenstoß im Käfig erzeugt werden, führen die gleichen Schwingungen aus wie im zweidimensionalen Fall. Der einzige Unterschied besteht darin, daß das Feld in z -Richtung um den Faktor 2 stärker als in r -Richtung ist. Wieder ist ein periodisches Feld für die Stabilisierung notwendig. Wenn man die Spannung $\Phi_0 = U + V \cos \omega t$ zwischen den Schalen und der Ringelektrode anlegt, werden die Bewegungsgleichungen durch dieselben Mathieu-Funktionen [Gl. (11, 12)] gelöst. Die relevanten Parameter für die Bewegung in r -Richtung entsprechen denen für die Bewegung in x -Richtung im zweidimensionalen Fall. Nur die z -Parameter sind um den Faktor 2 geändert.

Dementsprechend hat der stabile Bereich für den Käfig im a - q -Diagramm (Abb. 7) eine andere Form. Wiederum kann der Massenbereich für die speicherbaren Ionen, d. h. für Ionen im stabilen Zustand, durch die Steigung der Arbeitsgeraden $a/q = 2 U/V$ gewählt werden. Startet man an der Spitze des stabilen Bereiches, so können Ionen einer einzigen Masse eingefangen werden. Durch Erniedrigung der Gleichspannung bringt man die Ionen näher an die q -Achse, wo ihre Bewegung viel stabiler ist.

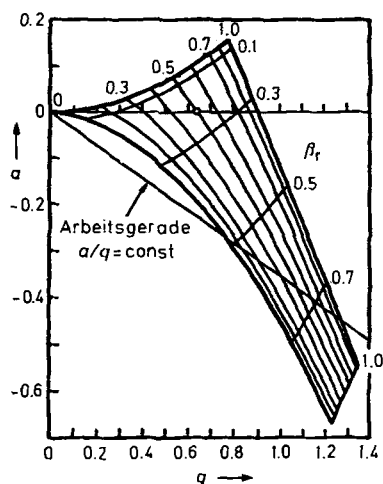


Abb. 7. Der unterste Stabilitätsbereich des Ionenkäfigs. Die Linien im Innern entsprechen konstantem β_z bzw. β_r .

Für viele Anwendungen ist es notwendig, das Frequenzspektrum der schwingenden Ionen zu kennen. Aus der Mathematik lernen wir, daß die Bewegung der Ionen als langsame (säkulare) Schwingung mit den fundamentalen Frequenzen $\omega_{r,z} = \beta_{r,z} \omega/z$, der eine sehr viel schnellere Mikrobewegung überlagert ist, beschrieben werden kann. Die Grundfrequenz dieser Bewegung ist die Frequenz der angelegten Wechselspannung ω . Der frequenzbestimmende Faktor β ist eine Funktion, die nur von den Mathieu-Parametern a und q abhängt und deshalb massenabhängig ist. Sein Wert variiert zwischen 0 und 1; Linien mit gleichem β sind in Abbildung 7 eingezeichnet.

Aufgrund des stärkeren Feldes ist die Frequenz ω_z der säkularen Bewegung doppelt so groß wie ω_r . Das Verhältnis ω/ω_z ist ein Maß für die Stabilität. Verhältnisse von 10/1 können leicht erreicht werden, so daß sich die Auslenkungen infolge der Mikrobewegung über eine Periode der säkularen Schwingung herausmitteln.

Die dynamische Stabilisierung im Käfig kann durch eine mechanische Analogie leicht demonstriert werden. Das Po-

tentialfeld im Käfig hat die Form eines Sattels, wie ihn Abbildung 8 zeigt. Wir haben solch eine Oberfläche auf einer runden Scheibe ausgefräst. Wenn man eine kleine Stahlkugel darauf legt, rollt sie herunter: ihre Lage ist instabil. Wenn man aber die Scheibe mit der richtigen Frequenz, die von den Potentialparametern und der Masse der Kugel abhängt (in unserem Fall einige Umdrehungen pro Sekunde), rotieren läßt, wird die Bewegung der Kugel stabil; sie führt kleine Schwingungen um das Zentrum aus und kann für eine lange Zeit in dieser Lage gehalten werden. Selbst wenn man eine zweite oder dritte Kugel hinzufügt, bleiben die Kugeln nahe dem Zentrum der Scheibe. Die einzige Bedingung ist, daß der zugehörige Mathieu-Parameter q im erlaubten Bereich bleibt.

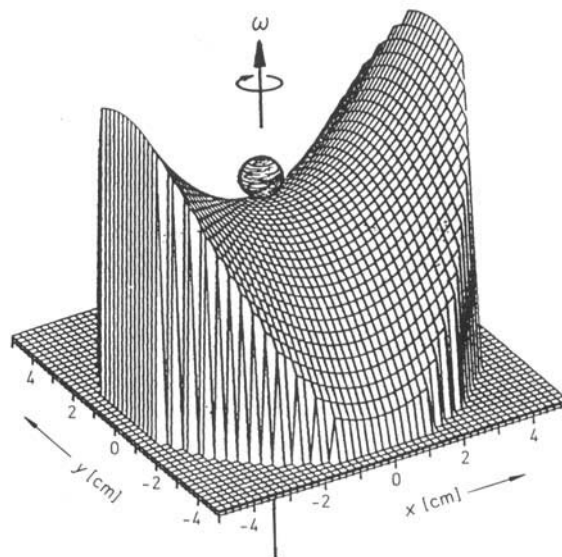


Abb. 8. Mechanisches Analogmodell für den Ionenkäfig mit einer Stahlkugel als „Teilchen“.

Dieses Verhalten gibt uns einen Hinweis auf die Physik der dynamischen Stabilisierung. Die Ionen vollführen in der r - und z -Richtung in erster Näherung eine harmonische Schwingung, d. h. sie verhalten sich so, als ob sie sich in einem Pseudopotential bewegen, das quadratisch in allen Koordinaten ansteigt. Aus ihren Frequenzen ω_r und ω_z können wir die Tiefe der Potentialmulde in beiden Richtungen berechnen. Sie ist bestimmt durch die Amplitude V der angelegten Spannung und die Parameter a und q . Ohne Gleichspannung ist die Tiefe gegeben durch $D_z = (q/8)V$; in der r -Richtung ist sie halb so groß. In der Praxis beträgt V einige hundert Volt; daraus ergibt sich eine Tiefe der Potentialmulde in der Größenordnung von 10 Volt. Ihre Breite wird durch die geometrischen Abmessungen bestimmt. Die sich daraus ergebende Form des Pseudopotentials^[14] ist durch Gleichung (14) gegeben.

$$\Phi = D \frac{r^2 + 4z^2}{r_0^2 + 2z_0^2} \quad (14)$$

Kühlprozesse

Wie erwähnt, beträgt die Tiefe der relevanten Pseudopotentialmulde einige Volt. Dementsprechend ist die erlaubte

kinetische Energie der gespeicherten Ionen von derselben Größenordnung: die Amplitude der Schwingungen kann dann die geometrischen Abmessungen des Käfigs erreichen. Für viele Anwendungen benötigt man aber Teilchen, die im Zentrum des Käfigs konzentriert sind, also sehr viel kleinere Energie haben. Insbesondere für präzise spektroskopische Messungen sind extrem niedrige Geschwindigkeiten wünschenswert, um den Doppler-Effekt und einen möglichen Stark-Effekt, der durch das elektrische Feld verursacht wird, zu unterdrücken. Es ist daher notwendig, die Ionen zu kühlen. Relativ grobe Kühlmethode ist die Verwendung eines kalten Puffergases und die Dämpfung der Schwingungen durch einen externen elektrischen Schwingkreis. Die effektivste Methode ist die Laser-induzierte Seitenbanden-Fluoreszenz, die von *Wineland* und *Dehmelt* entwickelt wurde^[15].

1959 führten *Wuerker et al.*^[16] ein Experiment aus, bei dem sie kleine Aluminium-Teilchen (Durchmesser einige μm) in den Quadrupolkäfig brachten. Die angelegte Wechselspannung hatte eine Frequenz um 100 Hertz. Sie studierten alle Eigenfrequenzen der Partikel und photographierten sogar die Teilchenbahnen (Abb. 9 a, b). Nachdem sie die Bewe-

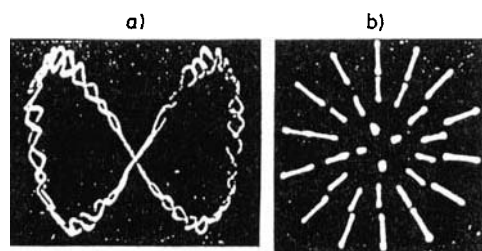


Abb. 9. a) Photographie der Lissajous-Bewegung eines einzelnen Aluminium-Teilchens in der r - z -Ebene. Die Mikrobewegung ist zu sehen. b) Das Bild „kondensierter“ Al-Teilchen [16].

gung mit einem Puffergas gedämpft hatten, beobachteten sie, daß die sich statistisch bewegenden Teilchen sich in regelmäßigen Mustern anordneten: sie bildeten einen Kristall.

In jüngster Zeit konnte man einzelne eingefangene Ionen optisch durch Laser-Resonanzfluoreszenz nachweisen^[17]. *Walther et al.* beobachteten mit einem hochauflösenden Bildverstärker die Pseudo-Kristallisation von Ionen nach Kühlung mit Laserlicht. Die Ionen bewegen sich zu Positionen im Feld, auf denen die abstoßenden Coulomb-Kräfte durch die fokussierenden Kräfte im Käfig kompensiert werden; die Energie des Ensembles nimmt dabei ihr Minimum an. Die Abbildungen 10 a und 10 b zeigen solch ein Muster mit sieben Ionen. Ihr Abstand ist in der Größenordnung von einigen Mikrometern. Diese Beobachtungen eröffneten ein neues Gebiet der Forschung^[18].

Der Ionenkäfig als Massenspektrometer

Wie oben beschrieben, führen die Ionen im Käfig Schwingungen mit den Frequenzen ω_r und ω_z aus, die bei vorgegebenen Feldparametern durch die Masse des Ions bestimmt sind. Dies ermöglicht einen massenabhängigen Nachweis der gespeicherten Ionen. Wenn man die Schalelektroden mit einem aktiven Hochfrequenzkreis der Frequenz Ω verbindet, wächst die Amplitude der Schwingungen im Falle der Resonanz ($\Omega = \omega_z$) linear mit der Zeit. Die Ionen treffen entweder

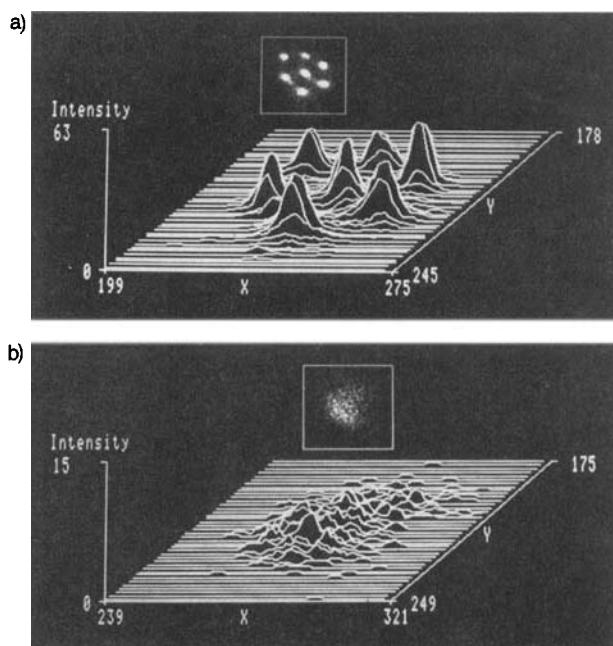


Abb. 10. a) Pseudokristall aus sieben Magnesium-Ionen. Teilchenabstand $23 \mu\text{m}$. b) Die gleichen Teilchen bei „höherer Temperatur“: der Kristall ist geschmolzen [18].

auf die Elektroden oder verlassen das Feld durch eine Bohrung; anschließend können sie leicht mit einem Multiplier nachgewiesen werden. Durch Sägezahn-Modulation der die Ionenfrequenz bestimmenden Spannung V bringt man die Ionen unterschiedlicher Massen nacheinander in Resonanz und fährt damit das Massenspektrum durch. Abbildung 11 zeigt das erste Spektrum dieser Art, das von *Rettinghaus* erhalten wurde^[19].

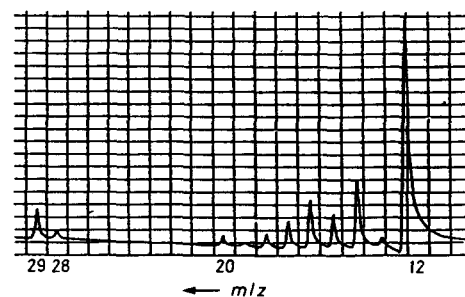


Abb. 11. Das erste mit dem Ionenkäfig gewonnene Massenspektrum. Gas: Luft bei 2×10^{-9} Torr [19].

Derselbe Effekt, jedoch mit einer exponentiell anwachsenden Amplitude, kann erreicht werden, wenn man ein schmales Band der Instabilität im Stabilitätsbereich (vgl. Abb. 7) „einsetzt“. Praktisch erzeugt werden kann es durch Überlagerung der Antriebsspannung $V \cos \omega t$ mit einer kleinen zusätzlichen Hochfrequenzspannung $\omega/2$ oder durch Hinzufügen eines höheren Multipolterms zur vorhandenen Potentialkonfiguration^[5b, 20].

Zusammengefaßt kann man sagen, daß der Ionenkäfig gleichzeitig als Ionenquelle und als Massenspektrometer arbeitet. Es ist der empfindlichste Massenanalysator, den wir kennen, da nur wenige Ionen für den Nachweis notwendig

sind. Theoretischer Hintergrund und praktische Arbeitsweise sind im Detail in^[10] und ausführlich in der Monographie von R. E. March und R. J. Hughes dargestellt^[21].

Der Penning-Käfig

Wenn man an den Quadrupolkäfig nur eine Gleichspannung mit einer Polarität anlegt, die die Ionen zu stabilen Schwingungen in z -Richtung mit der Frequenz $\omega_z^2 = \frac{2eU}{mr_0^2}$ anregt, ist ihre Bewegung in der radialen Richtung instabil, da die radialen elektrischen Kräfte dann nach außen gerichtet sind. Überlagert man nun ein Magnetfeld in axialer Richtung, so bleibt die z -Bewegung davon unberührt, die Ionen führen jedoch eine Cyclotronbewegung in der x - y -Ebene aus. Sie wird durch die Lorentz-Kraft F_L , die zum Zentrum gerichtet ist, bewirkt. Diese Kraft wird teilweise durch die radiale elektrische Kraft $F = eUr/r_0^2$ kompensiert. Solange die magnetische Kraft wesentlich größer als die elektrische ist, haben wir Stabilität auch in der radialen Richtung. Dabei wird kein Hochfrequenzfeld benötigt. Die resultierende Umlauffrequenz berechnet sich nach Gleichung (15).

$$\omega = \omega_c - \frac{\omega_z^2}{2\omega} \quad (15)$$

Sie ist etwas kleiner als die ungestörte Cyclotronfrequenz $\omega_c = eB/m$. Die Differenz ist gleich der Magnetronfrequenz ω_m [Gl. (16)], die unabhängig von der Teilchenmasse ist.

$$\omega_m = \frac{\omega_z^2}{2\omega} \quad (16)$$

Dieser nach Penning benannte Käfig^[22], im Englischen „Penning trap“ genannt, ist dann vorteilhaft, wenn magnetische Eigenschaften von Teilchen gemessen werden sollen, z. B. Zeeman-Übergänge in spektroskopischen Experimenten oder Cyclotronfrequenzen für sehr genaue Massenvergleiche, wie sie z. B. von G. Werth ausgeführt werden. Die spektakulärste Anwendung hat der Käfig in den Experimenten von G. Gräff^[23] und H. Dehmelt zur Messung des anomalen magnetischen Moments des Elektrons gefunden. Diese Methode ist von H. Dehmelt^[24] zu einer bewundernswürdigen Präzision gebracht worden; denn ihm gelang es, die Messung an einem einzelnen gespeicherten Elektron oder Positron auszuführen, das er über viele Monate beobachten konnte.

Käfige für neutrale Teilchen

In meiner letzten Prüfung als junger Physiker wurde ich gefragt, ob es möglich sei, Neutronen in eine Flasche einzusperren, um ihre vermutete Radioaktivität zu messen. Diese Frage, die damals nur mit „Nein“ beantwortet werden konnte, verfolgte mich viele Jahre, bis ich mir die Antwort geben konnte: „Ja, mit Hilfe einer magnetischen Flasche“. Es dauerte dreißig Jahre, ehe durch die Entwicklung supraleitender Magnete die Verwirklichung möglich wurde.

Ich möchte am Beispiel einer solchen Flasche die Prinzipien der Speicherung neutraler Teilchen demonstrieren. Die

Grundlage bilden wiederum unsere ersten Arbeiten über die Fokussierung neutraler Atome und Moleküle mit einem Dipolmoment durch Multipolfelder, wobei man den Zeeman- oder Stark-Effekt in erster und zweiter Ordnung nutzt. Beide Effekte können für die Speicherung benutzt werden. Bis heute wurden allerdings nur Käfige für Atome und Neutronen verwirklicht.

Das Prinzip magnetischer Flaschen

Die potentielle Energie eines Teilchens mit permanentem magnetischem Moment μ in einem magnetischen Feld ist gegeben durch $U = -\mu B$. Wenn das Feld inhomogen ist, führt das zu einer Kraft $F = \text{grad}(\mu B)$. Im Falle des Neutrons mit dem Spin $\hbar/2$ sind nur zwei Spineinstellungen relativ zum Feld möglich. Daher kann das magnetische Moment nur parallel oder antiparallel zu B orientiert sein. Bei paralleler Orientierung werden die Teilchen ins Feld hineingezogen, bei antiparalleler werden sie abgestoßen. Dies ermöglicht ihre Speicherung in einem Raum mit magnetischen Wänden.

Die geeignete Feldkonfiguration ist ein magnetisches Sextupolfeld. Wie ich gezeigt habe, wächst darin das Feld B mit r^2 , $B = B_0 r^2/r_0^2$, und der Gradient $\partial B/\partial r$ mit r .

In solch einem Feld erfüllen Neutronen, deren Spin parallel zu B ist, die Speicherbedingung, da ihr Potential $U = +\mu B$ proportional r^2 ist und die auf sie wirkende Kraft $\mu \text{grad } B = -cr$ immer zum Zentrum, dem Feldnullpunkt, hin gerichtet ist. Aufgrund der harmonischen Bindung

schwingen sie im Feld mit der Frequenz $\omega^2 = \frac{2\mu B_0}{mr_0^2}$. Teil-

chen mit antiparallelem Spin werden defokussiert und verlassen das Feld. Dieses Verhalten gilt jedoch nur, solange die Spinorientierung erhalten bleibt. Im Sextupol ändert sich nun die Richtung des magnetischen Feldes mit dem Ort, aber solange die Teilchenbewegung nicht zu schnell ist, folgt der Spin der Feldrichtung adiabatisch; der magnetische Quantenzustand bleibt erhalten. Daher kann anders als bei den geladenen Teilchen im Ionenkäfig hier ein zeitlich konstantes Magnetfeld benutzt werden.

Ein ideales Sextupolfeld in der x - z -Ebene wird durch sechs hyperbolisch geformte magnetische Pole mit alternierender Polarität erzeugt, die sich in y -Richtung erstrecken (Abb. 12a). Es kann angenähert werden durch sechs gerade Stromleiter mit alternierenden Stromrichtungen, die ein Hexagon bilden (Abb. 12b). Solch eine Konfiguration wirkt auf Teilchen, die sich entlang der y -Achse bewegen, je nach Spinrichtung wie eine fokussierende bzw. defokussierende Linse.

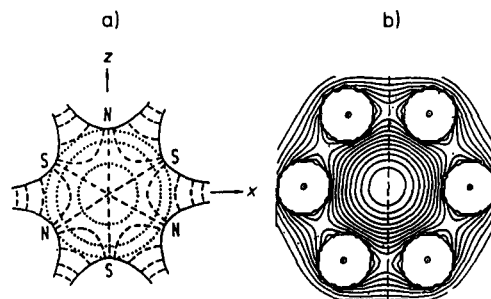


Abb. 12. a) Ideales Sextupolfeld. Gestrichelt: magnetische Feldlinien; punktiert: Linien gleichen magnetischen Potentials ($B = \text{const}$). b) Lineares Sextupol aus sechs geraden Stromleitern mit alternierender Stromrichtung.

Es gibt zwei einfache Möglichkeiten, eine *geschlossene Speicherzelle* zu verwirklichen: die Sextupol-Kugel und den Sextupol-Torus. Wir haben beides gebaut und studiert. Insbesondere *B. Martin*, *U. Trinks* und *K. J. Kügler* haben sich an dieser Entwicklung mit großem Enthusiasmus beteiligt.

Das sphärisch-symmetrische Feld wird durch drei Ringströme in einer Anordnung erzeugt, wie sie in Abbildung 13 dargestellt ist. Das Feld B wächst darin in allen Richtungen mit r^2 an und hat seinen maximalen Wert B_0 beim Radius r_0 der Kugel. Mit supraleitenden Stromleitern erreichten wir $B_0 = 3$ T in einer Kugel mit einem Radius von 5 cm. Infolge des kleinen magnetischen Moments des Neutrons ($\mu = 6 \times 10^{-8}$ eV T $^{-1}$) ist die Potentialtiefe μB_0 aber nur 1.8×10^{-7} eV; die höchste Geschwindigkeit der speicherbaren Neutronen beträgt daher lediglich 6 m s $^{-1}$. Bei Natriumatomen liegen die Werte aufgrund des höheren Moments bei 2.2×10^{-4} eV und 37 m s $^{-1}$.

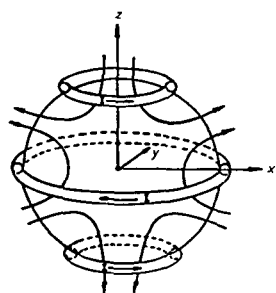


Abb. 13. Sextupol-Kugel.

Hauptprobleme bei einer solchen geschlossenen Anordnung sind das Füllen und das Kühlen im Inneren, das notwendig ist, damit die von außen eingeschossenen Teilchen die Speicherzelle nicht wieder verlassen. In einem ersten Experiment mit Natriumatomen konnten wir 1975 eine Speicherzeit von 3 Sekunden beobachten; die Natriumatome wurden im Inneren einer magnetischen Flasche mit Helium-gekühlten Wänden verdampft. Der Durchbruch bei der Speicherung von Atomen gelang aber erst *W. D. Phillips* und *H. J. Metcalf* mit der modernen Technik der Laser-Kühlung^[26].

Das Einfüllen und Speichern von Neutronen wird leichter, wenn man ein lineares Sextupolfeld benutzt, das zu einem Torus mit dem Radius R gebogen wird (Abb. 14). Das Ma-

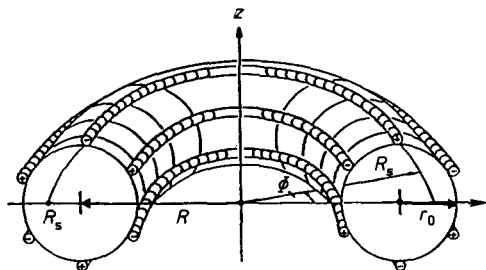


Abb. 14. Sextupol-Torus. R_s bezeichnet die Bahn der umlaufenden Neutronen.

gnetfeld im Torus ist unverändert $B = B_0 r^2 / r_0^2$ und hat keine Komponenten in azimuthaler Richtung. Die Neutronen bewegen sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius R_s , wobei die Zentrifugalkraft durch die magnetische Kraft kompensiert

wird [Gl. (17)]. In solch einem Ring ist die erlaubte Neutronenenergie begrenzt [Gl. (18)]. Sie ist um den Faktor

$$F_c = \frac{mv_0^2}{R_s} = \mu \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{R_s} \quad (17)$$

$$E_{\max} = \mu B_0 \left(\frac{R}{r_0} + 1 \right) \quad (18)$$

$(R/r_0 + 1)$ größer als bei der Sextupol-Kugel. Da die Neutronen nicht nur eine azimuthale Geschwindigkeit haben, sondern auch Komponenten in r - und z -Richtung, vollführen sie Schwingungen um die Kreisbahn.

Die toroidale Konfiguration hat aber nicht nur den Vorteil, höhere Neutronengeschwindigkeiten zuzulassen, sondern sie ermöglicht auch in einfacher Weise, die Neutronen von innen in den Ring zu injizieren. Die Neutronen bewegen sich nämlich nicht nur in der magnetischen Potentialmulde, sondern sie spüren auch die Zentrifugalbarriere. Daher kann man die magnetische Wand auf der Innenseite „erniedrigen“, indem man die beiden inneren Stromleiter wegläßt. Die Überlagerung des magnetischen und des Zentrifugal-Potentials reicht für eine Potentialmulde mit dem Minimum auf der Sollbahn aus. Aber es gibt keine Barriere mehr für die einzulenkenden Neutronen.

Es ist offensichtlich, daß der toroidale Käfig im Prinzip analog den Speicherringen für hochenergetische geladene Teilchen arbeitet. In vieler Hinsicht treten dieselben Probleme, d. h. Instabilität von Teilchenbahnen durch Resonanzeffekte, auf und verursachen Teilchenverluste. Zusätzlich ergeben sich neue Schwierigkeiten wie unerwünschte „Spin flips“ oder der Einfluß der Gravitationskräfte.

In der Beschleunigerphysik hat man gelernt, solche Probleme zu lösen, indem man das Magnetfeld durch geeignete Multipolanteile formt. Diese Technik eignet sich auch im Falle des Neutronenspeicherringes. Die dabei benutzte magnetische Kraft $\mu \text{grad } B$ statt der Lorentz-Kraft, die proportional zu B ist, erfordert Multipole mit einer um eins höheren Ordnung. Quadrupole zur Fokussierung müssen durch Sextupole, Oktupole für die Stabilisierung der Bahnen durch Dekapole ersetzt werden.

In den siebziger Jahren haben wir solch einen magnetischen Speicherring mit einem Durchmesser von 1 m entworfen und gebaut. Mit dem erreichten nutzbaren Feld von 3.5 T konnten Neutronen im Geschwindigkeitsbereich von 5 bis 20 m s $^{-1}$, was einer kinetischen Energie bis zu 2×10^{-6} eV entspricht, eingefangen werden. Die Neutronen werden mit Hilfe eines Neutronenleiters mit total reflektierenden Wänden tangential in den Ring eingeschossen. Der Inflektor kann mechanisch in die Speicherzelle hineingefahren und kurz darauf wieder zurückgezogen werden.

Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 15 dargestellt. Eine detaillierte Beschreibung des Speicherringes, seiner Theorie und seines Verhaltens ist in^[27] zu finden.

In einem ersten Experiment haben wir 1978 das Instrument am Höchstflußreaktor in Grenoble getestet. Wir konnten gespeicherte Neutronen bis zu 20 min nach dem Einschub beobachten, indem wir durch den gespeicherten Strahl nach einer vorgewählten Zeit einen Neutronenzähler bewegten. Da beim Nachweis die Neutronen verlorengehen, muß man den Ring nach jeder Messung erneut füllen. Infolge des relativ niedrigen Neutronenflusses im akzeptierten Ge-

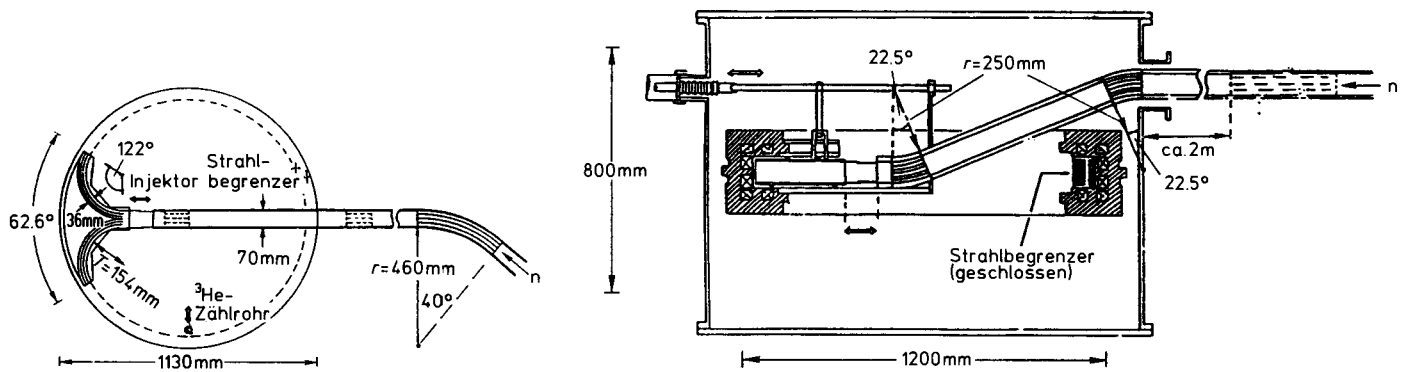


Abb. 15. Schematische Auf- (links) und Seitenansicht (rechts) des Neutronenspeicherring-Experiments.

schwindigkeitsbereich war damals ihre Anzahl für aussagekräftige Messungen zu klein.

In einem neuen Experiment^[28] konnten wir bei einem um den Faktor 40 höheren Neutronenfluß gespeicherte Neutronen bis zu 90 min beobachten, d. h. etwa sechsmal so lang wie ihre mittlere Lebensdauer aufgrund des radioaktiven Zerfalls ist. Abbildung 16 zeigt das gemessene Profil des im Magneten umlaufenden Neutronenstrahls. Die Zahl der ge-

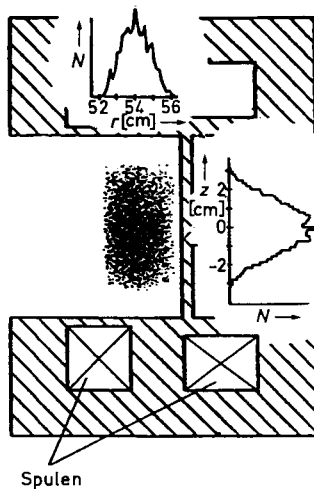


Abb. 16. Das Strahlprofil der gespeicherten Neutronen im Magnetfeld 400 s nach der Injektion.

speicherten Neutronen wurde bei sorgfältig eingehaltener Konstanz aller Parameter als Funktion der Zeit gemessen. Der Kurvenverlauf ist in Abbildung 17 in logarithmischer

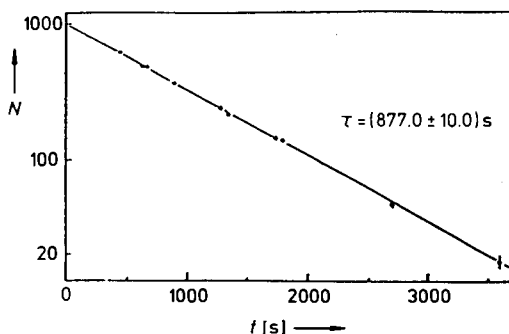


Abb. 17. Exponentieller Abfall der Zahl der gespeicherten Neutronen als Funktion der Zeit (in logarithmischer Darstellung).

Darstellung wiedergegeben. Aus der Steigung der Zerfallsgeraden wurde die Lebensdauer der Neutronen zu $\tau = (877 \pm 10)$ s bestimmt. Dieses Ergebnis einer direkten Messung stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit den Ergebnissen zweier Messungen aus jüngster Zeit, die mit anderen Methoden durchgeführt wurden, überein.

Eine Analyse unserer Messungen ergab, daß ohne den Zerfall der Neutronen die Speicherzeit des Ringes für Neutronen wenigstens einen Tag betragen würde. Dies zeigt, daß wir die relevanten Probleme des Speicherringes verstanden haben.

Der Speicherring als Waage

Dieses sehr gut reproduzierbare Verhalten ermöglichte ein weiteres interessantes Experiment. Wie ich erklärt habe, sind die Neutronen elastisch an die Symmetrieebene des Magnetfeldes gebunden. Aufgrund ihres kleinen magnetischen Moments ist die rücktreibende Kraft von derselben Größenordnung wie die Gravitationskraft. Das Gleichgewichtszentrum der schwingenden Neutronen ist in meßbarer Weise nach unten verschoben. Das Gewicht der Neutronen dehnt gleichsam die magnetische Feder, an der sie hängen.

Die Verschiebung z_0 ist durch das Gleichgewicht der Kräfte $mg = \mu \text{grad } B$ gegeben, für die Kompensation des Gewichts benötigt man einen Gradienten $\partial B / \partial z = 173 \text{ G cm}^{-1}$. Da der Gradient im Ring mit z anwächst und proportional zum Magnetstrom I ist, ergibt sich die Verschiebung z_0 nach Gleichung (19). So ist in unserem Fall $z_0 = 1.2 \text{ mm}$ beim höchsten Strom $I = 200 \text{ A}$ und 4.8 mm bei 50 A .

$$z_0 = \text{const } mg/I \quad (19)$$

Das Profil und die Lage des umlaufenden Neutronenstrahls im Magneten konnten wir bestimmen, indem wir einen dünnen Neutronenzähler vertikal durch das Speichervolumen bewegten. Durch Auf- und Abwärtsbewegung des Zählers wurde in vielen Meßcyclen z_0 als Funktion des Magnetstroms gemessen.

Die Ergebnisse sind für mehrere Strahlparameter in Abbildung 18 dargestellt. Sie zeigen den erwarteten Verlauf. Die eingezeichnete Kurve wurde für einen Strahlparameter mit der trägen Masse berechnet. Eine detaillierte Analyse ergibt für die schwere Masse des Neutrons den Wert $m_g = (1.63 \pm 0.06) \times 10^{-24} \text{ g}$. Er stimmt mit der trägen Masse innerhalb eines Fehlers von 4% überein.

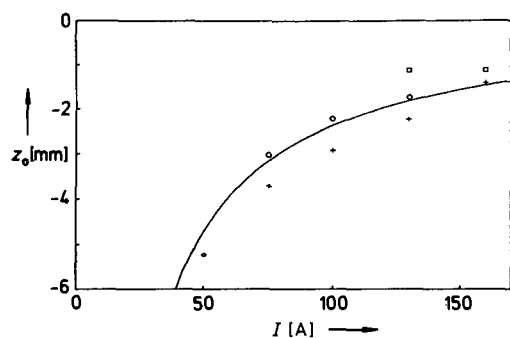


Abb. 18. Abwärtsverschiebung des Schwingungsnulldpunktes der umlaufenden Neutronen aufgrund ihres Gewichts als Funktion des Magnetstroms I . Größe der Injektionsapertur: ± 35.3 (+), ± 21.3 (○), ± 18.8 mm (◆).

Der magnetische Speicherring ist also eine Waage mit einer Empfindlichkeit von 10^{-25} g. Diese wird nur erreicht, weil elektrische Störfelder, die immer vorhanden sind, wegen der Neutralität des Neutrons keine Rolle spielen.

Ich bin überzeugt, daß die magnetischen Flaschen, die im Bonner Physikalischen Institut entwickelt wurden, in Zukunft in gleicher Weise für physikalische Experimente nützlich und fruchtbar sein werden wie seit vielen Jahren der Ionenkäfig.

Eingegangen am 20. Februar 1990 [A 768]
Übersetzt von Prof. Dr. G. Knop, Bonn

- [1] H. Friedburg, W. Paul, *Naturwissenschaften* 38 (1951) 159.
- [2] H. G. Bennewitz, W. Paul, *Z. Phys.* 139 (1954) 489.
- [3] H. G. Bennewitz, W. Paul, *Z. Phys.* 141 (1955) 6.
- [4] C. H. Townes, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 80 (1983) 7679.
- [5] a) W. Paul, H. Steinwedel, *Z. Naturforsch. A* 8 (1953) 448; b) DBP Nr. 944 900, US-Pat. 2939 958.
- [6] W. Paul, M. Raether, *Z. Phys.* 140 (1955) 262.
- [7] W. Paul, H. P. Reinhardt, U. von Zahn, *Z. Phys.* 152 (1958) 143.
- [8] F. von Busch, W. Paul, *Z. Phys.* 164 (1961) 581.
- [9] U. von Zahn, *Z. Phys.* 168 (1962) 129.
- [10] P. H. Dawson: *Quadrupole Mass Spectrometry and its Application*, Elsevier, Amsterdam 1976.
- [11] W. Paul, O. Osberghaus, E. Fischer, *Forschungsber. Wirtsch. Verkehrsminist. Nordrhein-Westfalen* 415 (1955).
- [12] K. Berkling, *Dissertation*, Universität Bonn 1956.
- [13] E. Fischer, *Z. Phys.* 156 (1959) 1.
- [14] H. Dehmelt, *Adv. At. Mol. Phys.* 3 (1967).
- [15] D. J. Wineland, H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* 20 (1975) 637.
- [16] R. F. Wuerker, R. V. Langmuir, *Appl. Phys.* 30 (1959) 342.
- [17] W. Neuhauser, M. Hohenstett, P. Toschek, H. Dehmelt, *Phys. Rev. A* 22 (1980) 1137.
- [18] F. Dietrich, E. Chen, J. W. Quint, H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987) 2931.
- [19] G. Rettinghaus, *Z. Angew. Phys.* 22 (1967) 321.
- [20] F. von Busch, W. Paul, *Z. Phys.* 164 (1961) 580.
- [21] R. E. March, R. J. Hughes: *Quadrupole Storage Mass Spectrometry*, Wiley, New York 1989.
- [22] F. M. Penning, *Physica (Amsterdam)* 3 (1936) 873.
- [23] G. Gräff, E. Klempt, G. Werth, *Z. Phys.* 222 (1969) 201.
- [24] R. S. van Dyck, Jr., P. Ekstrom, H. G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* 38 (1977) 310.
- [25] B. Martin, *Dissertation*, Universität Bonn 1975.
- [26] A. L. Migdal, J. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergmann, H. J. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* 54 (1985) 2596.
- [27] K. J. Kügler, W. Paul, U. Trinks, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A* 228 (1985) 240.
- [28] W. Paul, F. Anton, L. Paul, S. Paul, W. Mampe, *Z. Phys. C* 45 (1989) 25.